



TITLE:

3.離脱を伴うDLAのフラクタル次元 (パターン形成の運動及び統計,研究会報告)

AUTHOR(S):

本田, 勝也; 豊木, 博泰; 松下, 貢

CITATION:

本田, 勝也 ...[et al]. 3.離脱を伴うDLAのフラクタル次元(パターン形成の運動及び統計,研究会報告). 物性研究 1986, 46(6): 819-822

ISSUE DATE:

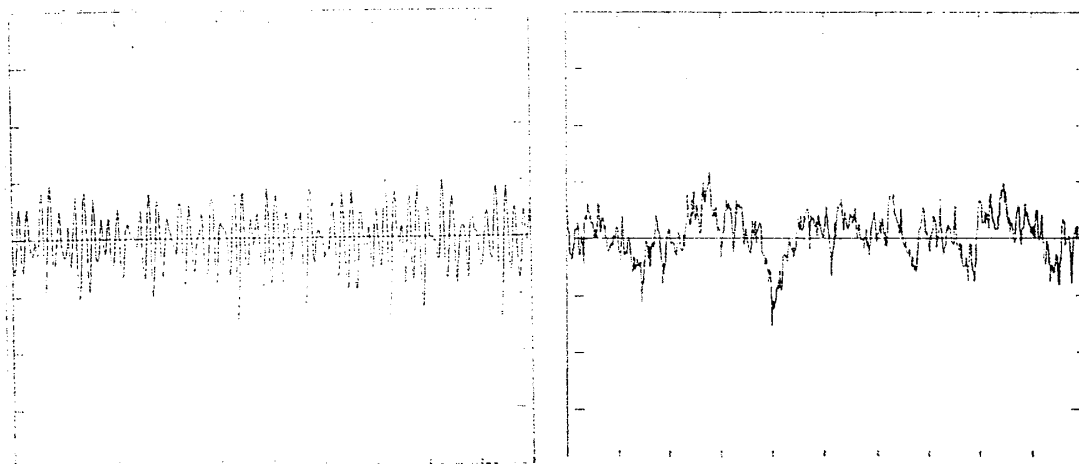
1986-09-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92312>

RIGHT:

状的成長との遷移に重要な役割を果している可能性が大きい。電気化学系の特徴に、反応が電流測定によって容易にモニター出来ることがあるが、我々は上記の見地から電析時の電流ノイズを測定し電析物の形態との関連を調べた。直径 11 cm, 厚さ 0.25 mm の円型セルに封入した比較的高濃度 (1 M) の ZnSO_4 水溶液を電気分解すると、電解電圧約 2 V 以下ではアグレゲートの、それ以上の電圧を印加すると樹枝状的な金属亜鉛が陰極に析出する。樹枝状成長時のノイズは約 1 Hz の周期的な成分が支配的である。それに対して、電解電圧の低いアグレゲート領域における電流ノイズは非周期的で $1/f^2$ 的なパワースペクトルを示す。樹枝状成長時に見られる電流の周期的ノイズは結晶先端部での側枝の成長に対応していると思われるが、その際外部から強制的にノイズを加えることによってゆらぎの量をコントロールできると考えられるので、シミュレーションのみならず、実験系においても成長形態の遷移に関して定量的な議論の可能性はある。



(a) 樹枝状成長時。

(b) アグレゲートの成長時。

図 代表的な電流ノイズ波形。横軸の左から右までは 50 秒に相当。

3. 離脱を伴う DLA のフラクタル次元

名 大・工 本田勝也, 豊木博泰
東北大・通研 松 下 貢

拡散に支配された凝集 (diffusion-limited aggregation-DLA) は、拡散場中でのパターン形成として多彩な実例があり盛んに研究されている¹⁾。さらに、この DLA が樹枝状結晶の

成長機構と関連していることが最近見い出され関心を集めている¹⁾。一方、平衡系におけるパターンの研究への接近においても興味ある研究がなされている。

Botet と Jullien²⁾は、通常の凝集過程に加えて離脱過程も考慮した DLA モデルを提案している。すなわち、粒子数 N から成るループのないクラスターの先端粒子の 1 個を等確率で選び、クラスターから離脱させ酔歩 (ランダムウォーク) をさせる。すると、その粒子は再びそのクラスターのいずれかに付着するか、十分遠方に去ってしまうかのどちらかである。もし遠方に去ってしまった場合には、別の粒子を遠方から放出してクラスターに付着するまで酔歩させる。このようにクラスターを構成する粒子数を保存させながら、離脱と付着を繰り返していくと、どのような形状のクラスターから始めようとも、一定の回転半径 R_∞ をもつ定常状態に漸近していく。また、定常状態のクラスターは自己相似性を示し、 $N \sim R_\infty^{d_f}$ の関係からそのフラクタル次元 d_f を見積ると、2次元の場合 $d_f \simeq 1.5$ と得られた。この Botet-Jullien モデルは、平衡系でのゆらぎのプロセスをモデル化したものとして興味深い。

この Botet-Jullien モデルのフラクタル次元を理論的に求めるのが本報告の主題である。我々はすでに DLA のフラクタル次元を解析的に求めた³⁾が、その次元解析的方法をこのモデルにも援用する。定常状態にあるフラクタル次元 d_f のクラスターから出発して、離脱と付着のプロセスを ΔP 回 ($1 \ll \Delta P$) 繰り返した後のクラスターを考える。Botet-Jullien モデルにおいては、通常の遠方からクラスターへの凝集過程 ΔA に加えて、遠くへ飛び去る蒸発過程 ΔE と、再びクラスターに付着する再構成過程 ΔS の 3 種類の過程がある。($\Delta P = \Delta A + \Delta E + \Delta S$)。粒子数が保存される場合 ($\Delta A = \Delta E$) には、統計的に凝集過程と蒸発過程は互いに相殺するから、再構成過程のみが存在すると考えればよい。 ΔP ($= \Delta S$) プロセス後のクラスターもやはり自己相似性を有しフラクタル次元 d_f は変わらず、回転半径 R_∞ は等しいので、重心から距離 r ($1 \ll r \ll R_\infty$) から離脱した粒子数 $\Delta \rho_{\text{out}}(r)$ も、付着する粒子数 $\Delta \rho_{\text{in}}(r)$ も確率的に等しくなければならない。したがって、

$$\Delta \rho_{\text{out}}(r) = \Delta \rho_{\text{in}}(r)。 \quad (1)$$

離脱する粒子数 $\Delta \rho_{\text{out}}(r)$ は、等確率で先端粒子を選択するというシミュレーション上での規則と、また十分枝分かれしたクラスターであると考えられるので、半径 r での粒子数に比例すると見なしてもよい。

$$\Delta \rho_{\text{out}}(r) \sim r^{d_f-1}。 \quad (2)$$

一方、半径 r の位置に付着する粒子数 $\Delta\rho_{\text{in}}(r)$ は、ほぼ自由に動き回る r での隙間(ボイド)の体積に比例する。

$$\Delta\rho_{\text{in}}(r) \sim [\ell(r)]^{d_s}, \quad (3)$$

ここで d_s はクラスターが形成される空間の次元数である。ボイドを特徴づける長さ $\ell(r)$ は、次のように決められる。ボイド内で付着するまで粒子は、 $N_{\text{rw}} \sim \ell^{d_w}$ (d_w = 軌跡の空間次元, ブラウン運動の場合 $d_w = 2$) ステップだけ動き回ると、軌跡のつくる空間の表面積は $\delta N_{\text{rw}} \sim \ell^{d_w-1}$ と見積られる。再構成過程の粒子は、出発点と致達点の2度この表面に達する。表面に達した時にクラスターが存在する場合に限り、粒子はクラスターに付着しクラスターの一部になる。その確率は、 r での密度 $\sigma(r) \sim r^{d_f-1}/r^{d_s-1} = r^{d_f-d_s}$ に比例する。ボイド内の粒子は、いずれクラスターに付着するので

$$\delta N_{\text{rw}}^2 \cdot \sigma \sim 1 \quad (4)$$

の関係が得られる。したがって、

$$\ell(r) \sim r^{(d_s-d_f)/2(d_w-1)}. \quad (5)$$

(5)を(3)に代入した $\Delta\rho_{\text{in}}(r)$ と、(2)の $\Delta\rho_{\text{out}}(r)$ が等しいという(1)式より、フラクタル次元 d_f は、

$$d_f = \frac{d_s^2 + 2(d_w - 1)}{d_s + 2(d_w - 1)} \quad (6)$$

と得られる。Botet-Jullien がシミュレーションをした場合 ($d_s = 2$, $d_w = 2$) に適用すると $d_f = 1.5$ となり、彼等の得た結果と一致する。 d_f の d_s および d_w 依存性を、シミュレーションで確かめることが待たれる。

ほぼ同様な方法で、クラスターの粒子数が保存しない場合にも拡張できる。詳細は省略するが⁴⁾、成長する(または縮小する)クラスターが自己相似性を示すことを前提とすれば、そのフラクタル次元は、

$$d_f = \frac{d_s^2 + \lambda(d_w - 1)}{d_s + \lambda(d_w - 1)} \quad (7)$$

と与えられる。ここで

$$\lambda = \frac{2(1+s)}{1+s+n},$$

$$s = \Delta S / \Delta P, \quad n = (\Delta A - \Delta E) / \Delta P \quad (8)$$

である。通常の DLA の場合 ($n = 1, s = 0$) は、我々が既に得た結果を再現する³⁾。さらに、保存系の場合 ($n = 0$) は、 $\lambda = 2$ となって(6)式と一致し、蒸発過程だけある場合 ($n = -1, s = 0$) は、 $d_f \rightarrow 1$ となる。これらの結果は、合理的であるが、 $\Delta \rho$ の全過程において s と n が一定でないと、 d_f が過程によって変化することになり我々が前提としたことに矛盾するので注意を要する。

文 献

- 1) 松下貢, 当研究会報告。
- 2) R. Botet and R. Jullien, Phys. Rev. Lett. **55** (1985) 1943.
- 3) K. Honda, H. Toyoki and M. Matsushita, J. Phys. Soc. Jpn., **55** (1986) 707.
- 4) K. Honda, H. Toyoki and M. Matsushita, preprint.

4. 樹枝状流れの起源

神戸大・理 高 安 秀 樹

自然界には、数多くの分岐を伴うフラクタル構造が存在している。川や血管、放電パターン、ひび割れ、DLA などはその良い例である。これらは、科学の異なる分野に属するものではあるが、幾何学的な構造はどれも非常によく似ており、何か共通の起源があることを期待させる。本講演では、保存される流れがランダムに不可逆な凝集をすることによって樹枝状のフラクタル構造が形成されることを明らかにした。具体的に例を示したものは、放電パターン、ひび割れ、川及び血管である。細かい内容については参考文献(特に1)を見ていただきたい。

一般にフラクタル構造は、ゆらぎを助長する働きがあり、かつ、その応答が系全体に影響を及ぼすような場合に生じやすい。上記の場合には、不可逆性がゆらぎを助長する働きを、そして、保存流が応答を非局在化する働きをしている。このような状況は、非線形非平衡系ならではの現象であると言えよう。